|  |  |
| --- | --- |
| Gerb-BMSTU_01 | **Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  **Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  **высшего образования**  **«Московский государственный технический университет**  **имени Н.Э. Баумана**  **(национальный исследовательский университет)»**  **(МГТУ им. Н.Э. Баумана)** |

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Логика и теория алгоритмов**

**Домашнее Задание № 2**

|  |  |
| --- | --- |
| **Студент: Нгуен Ань Тхы**  **Группа: ИУ7-И46Б** |  |

Москва.

2020 г.

1. Для булевой функции φ, заданной вектором значений:

1. Найти сокращенную ДНФ.

б) Найти ядро.

в) Получить все тупиковые ДНФ и указать, какие из них являются минимальными.

г) На картах Карно указать ядро и покрытия, соттветствующие минимальным ДНФ.

Вариант 19: 1110 0101 1010 0011

**Решение:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x1 | x2 | x3 | x4 | φ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

1. **Найти сокращенную ДНФ:**

Карта Карно для сокращенной ДНФ:

K1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x1x2\x3x4  K2 | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 1 | 1 | 0  K3 | 1 |
| 01 | 0 | 1 | 1  K5  K4 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 1  K6 | 1  K7 |
| 10 | 1 | 0 | 0 | 1 |

Сокращенная ДНФ:

K1∨K2∨K3∨K4∨K5∨K6∨K7

=

**б) Найти ядро:**

На карте Карно элементарные конъюнкции и покрыта только этой импликантой.

* Ядро:

**в) Получить все тупиковые ДНФ и указать, какие из них являются минимальными:**

(K2∨K3)(K3∨K4)(K4∨K5)(K5∨K6)(K6∨K7)

= (K2K3∨K2K4∨K3∨K3K4)(K4K5∨K4K6∨K5∨K5K6)(K6∨K7)

=(K3∨K2K4)(K5∨K4K6)(K6∨K7)

=(K3K5∨K3K4K6∨K2K4K5∨K2K4K6)(K6∨K7)

=K3K5K6∨K3K4K6∨K2K4K5K6∨K2K4K6∨K3K5K7∨K3K4K6K7∨

K2K4K5K7∨K2K4K6K7

= K3K5K6 ∨ K3K4K6 ∨ K2K4K6 ∨ K3K5K7 ∨ K2K4K5K7

Получаем 5 типковых ДНФ:

1. K1K3K5K6 = ∨ ∨ ∨
2. K1K3K4K6 = ∨ ∨ ∨
3. K1K2K4K6 = ∨ ∨ ∨
4. K1K3K5K7 = ∨ ∨ ∨
5. K1K2K4K5K7 = ∨ ∨ ∨ ∨

Первые четыре ДНФ являются минимальными

**г) На картах Карно указать ядро и покрытия, соттветствующие минимальным ДНФ:**

1. K1K3K5K6 = ∨ ∨ ∨

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x1x2\x3x4 | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 1 | 1 | 0  K3 | 1 |
| 01 | 0 | 1 | 1  K5 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 1  K6 | 1 |
| 10  K1 | 1 | 0 | 0 | 1 |

1. K1K3K4K6 = ∨ ∨ ∨

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x1x2\x3x4 | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 1 | 1 | 0  K3 | 1 |
| 01 | 0 | 1 | 1  K4 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 1  K6 | 1 |
| 10  K1 | 1 | 0 | 0 | 1 |

1. K1K2K4K6 = ∨ ∨ ∨

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x1x2\x3x4  K2 | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 01 | 0 | 1 | 1  K4 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 1  K6 | 1 |
| 10  K1 | 1 | 0 | 0 | 1 |

1. K1K3K5K7 = ∨ ∨ ∨

K1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x1x2\x3x4 | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 01 | 0 | 1 | 1  K5  K4 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 1 | 1  K7 |
| 10 | 1 | 0 | 0 | 1 |

2. Даны функции f и w:

*f(x1, x2, x3) =* , *w = 11111100*

a) Вычислить таблицу значений функций *f*.

б) Найти минимальнныеДНФ функций *f и w*.

в) Выяснить полноту системы *{f, w}.* Если система не полна, дополнить систему функцией g до полной системы.

г) Из функциональных элементов, реализующих функции полной системы

*{f, w}* или *{f, w, g},* построить функциональные элементы, реализующие базовые функции (∨, ∧, - ­, 0, 1).

**a) Вычислить таблицу значений функций f:**

*f(x1, x2, x3) =*

(1) = (2) =

(3) =

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x1 | x2 | x3 |  |  |  | (1) | (2) | (3) | (4)=(1)(2) | *f* = (4) ~ (3) |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |

**б) Найти минимальнныеДНФ функций *f и w*:**

Карта Карно для функции *f*:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x1\x2x3 | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |

минимальнныеДНФ функций *f*:

Карта Карно для функции *w*:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x1\x2x3 | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

минимальнныеДНФ функций *w*:

**в) Выяснить полноту системы *{f, w}.* Если система не полна, дополнить систему функцией g до полной системы:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *x1* | *x3* | *x4* | *f* | *w* |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

1. Сохранение 0:

*f(0, 0, 0) = 1 => f ∉ T0*

*w(0, 0, 0) = 1 => w ∉ T0*

1. Сохранение 1:

*f(1, 1, 1) = 1 => f ∈T1*

*w(1, 1, 1) = 0 => w ∉ T1*

1. Самодейственность:

*f(0, 0, 0) = f(1, 1, 1) = 1 => f ∉ S*

*w(0, 1, 0) = w(1, 0, 1) = 1 => w ∉ S*

1. Монотоность:

*Т.к (0, 0, 0) < (0, 1, 0) но f(0, 0, 0) > f(0, 1, 0) => f ∉ M*

*Т. к(0, 0, 0) < (1, 1, 0) но w(0, 0, 0) > w(1, 1, 0) => f ∉ M*

1. Линейность функции :

Общий вид полинома Жегалкина для функции трех переменных:

*f(x1, x2, x3) = a123x1x2x3  a12x1x2  a23x2x3  a13x1x3  a1x1  a2x2  a3x3  a0*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *x*1 | *x*2 | *x*3 | *f*(*x*1,*x*2,*x*3) |  |
| 0 | 0 | 0 | 1 | *a*0 = 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | *a*0  *a*3 =1⇒ *a*3 = 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | *a*2  *a*0 = 0⇒ *a*2 = 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | *a*23 *a*2 *a*3 *a*0= 0 ⇒ *a*23 = 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | *a*1  *a*0 = 1 ⇒ *a*1 = 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | *a*13 *a*1 *a*3 *a*0 = 0 ⇒ *a*13 = 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | *a*12 *a*1 *a*2 *a*0=1⇒ *a*12 = 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | *a*123 *a*12 *a*23 *a*13 *a*1 *a*2 *a*3 *a*0= 1 ⇒ *a*123 = 0 |

Полином Жегалкина функции *f:*

*f(x1, x2, x3) = x1x2 x1x3  x2  1 => f* ∉ L

*w(x1, x2, x3) = a123x1x2x3  a12x1x2  a23x2x3  a13x1x3  a1x1  a2x2  a3x3  a0*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *x*1 | *x*2 | *x*3 | *w*(*x*1,*x*2,*x*3) |  |
| 0 | 0 | 0 | 1 | *a*0 = 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | *a*0  *a*3 =1⇒ *a*3 = 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | *a*2  *a*0 = 0⇒ *a*2 = 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | *a*23 *a*2 *a*3 *a*0= 0 ⇒ *a*23 = 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | *a*1  *a*0 = 1 ⇒ *a*1 = 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | *a*13 *a*1 *a*3 *a*0 = 0 ⇒ *a*13 = 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | *a*12 *a*1 *a*2 *a*0=1⇒ *a*12 = 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | *a*123 *a*12 *a*23 *a*13 *a*1 *a*2 *a*3 *a*0= 1 ⇒ *a*123 = 0 |

*w(x1, x2, x3) = x1x2  1 => w f* ∉ L

Критериальная таблица:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *T0* | *T1* | *S* | *M* | *L* |
| *f* | - | *+* | *-* | *-* | *-* |
| *w* | *-* | *-* | *-* | *-* | *-* |

Система *{f, w}* является функциально польным классом.

**г) Из функциональных элементов, реализующих функции полной системы *{f, w}* или *{f, w, g},* построить функциональные элементы, реализующие базовые функции (∨, ∧, - ­, 0, 1):**

1) Отрицание:

*w ∉ T0 и w ∉ T1 т.к w(0, 0, 0) = 1 и w(1, 1, 1) = 0*

*w(x, x, x) =*

2) Константа 1:

*f ∉ T0 и f ∈T1 т.к f(0, 0, 0) = f(1, 1, 1) = 1*

*f(x, x, x) = 1*

3) Константа 0:

Проверка:

*w(f(0, 0, 0), f(0, 0, 0), f(0, 0, 0)) = w(1, 1, 1) = 0*

*w(f(1, 1, 1), f(1, 1, 1), f(1, 1, 1)) = w(1, 1, 1) = 0*

4) Построение дизъюнкции:

Для построения дизъюнкции из функции *f =*  зафиксируем переменную *x2* = 1, и обозначим .

Тогда *f(x, 1, y) = = x*

Выражение для дизъюнкции: *d(x, y) = f(x, 1, y) = f(x, f(x, x, x), y) = x*

Проверка:

*d(0, 0) = f(0, f(0, 0, 0), 0) = f(0, 1, 0) = 0*

*d(0, 1) = f(0, f(0, 0, 0), 1) = f(0, 1, 1) = 0*

*d(1, 0) = f(1, f(1, 1, 1), 0) = f(1, 1, 0) = 1*

*d(1, 1) = f(1, f(1, 1, 1), 1) = f(1, 1, 1) = 1*